

## Серия 3. Здравствуй, грусть!

Прощай же, грусть,  
И здравствуй, грусть,  
Ты вписана в квадраты потолка

---

*Поль Элюар*

1. При каких  $n$  число  $n^2 + n + 5$  является полным квадратом?
2. Дано натуральное  $n$ , а  $d$  — делитель числа  $2n^2$ . Докажите, что  $n^2 + d$  не является полным квадратом.
3. Найдите все простые  $p$  такие, что  $2p^4 - p^2 + 16$  — полный квадрат.
4. Найдите все простые  $p$  такие, что  $5^p + 4p^4$  — полный квадрат.
5. Найдите все натуральные  $m, n$  такие, что  $6^m + 2^n + 2$  — полный квадрат.
6. Найдите все действительные  $x$  такие, что  $4x^5 - 7$  и  $4x^{13} - 7$  — полные квадраты.
7. Натуральные  $a, b$  таковы, что  $a > b$ . Известно, что  $ab - 1$ ,  $a + b$  взаимно просты. Числа  $ab + 1$ ,  $a - b$  также взаимно просты. Докажите, что  $(a + b)^2 + (ab - 1)^2$  **не** является полным квадратом.
8. Известно, что числа  $n$  и  $2 + 2\sqrt{1 + 12n^2}$  — натуральные. Докажите, что  $n$  — полный квадрат.
9. Найдите все простые числа  $p, q, r$  такие, что  $p^q + p^r$  — полный квадрат.

## Серия 3. Здравствуй, грусть!

Прощай же, грусть,  
И здравствуй, грусть,  
Ты вписана в квадраты потолка

---

*Поль Элюар*

1. При каких  $n$  число  $n^2 + n + 5$  является полным квадратом?
2. Дано натуральное  $n$ , а  $d$  — делитель числа  $2n^2$ . Докажите, что  $n^2 + d$  не является полным квадратом.
3. Найдите все простые  $p$  такие, что  $2p^4 - p^2 + 16$  — полный квадрат.
4. Найдите все простые  $p$  такие, что  $5^p + 4p^4$  — полный квадрат.
5. Найдите все натуральные  $m, n$  такие, что  $6^m + 2^n + 2$  — полный квадрат.
6. Найдите все действительные  $x$  такие, что  $4x^5 - 7$  и  $4x^{13} - 7$  — полные квадраты.
7. Натуральные  $a, b$  таковы, что  $a > b$ . Известно, что  $ab - 1$ ,  $a + b$  взаимно просты. Числа  $ab + 1$ ,  $a - b$  также взаимно просты. Докажите, что  $(a + b)^2 + (ab - 1)^2$  **не** является полным квадратом.
8. Известно, что числа  $n$  и  $2 + 2\sqrt{1 + 12n^2}$  — натуральные. Докажите, что  $n$  — полный квадрат.
9. Найдите все простые числа  $p, q, r$  такие, что  $p^q + p^r$  — полный квадрат.