

Серия 11. Четырёхугольники

Exemplis discimus

Пусть M_2 и M_3 — соответственно середины сторон AC и AB треугольника ABC . Будем говорить в этой серии о различных четырёхугольниках AM_2XM_3 .

1. Точка H — ортоцентр ABC . В каком отношении ортоцентр делит высоту AH_1 , если около четырёхугольника AM_2HM_3 можно описать окружность?

2. Около четырёхугольника AM_2IM_3 можно описать окружность (I — инцентр ABC). Докажите, что стороны треугольника образуют арифметическую прогрессию.

3. Пусть M — точка пересечения медиан ABC , вокруг AM_2MM_3 можно описать окружность.

а) Докажите, что сторона BC совпадает с общей внешней касательной к описанным окружностям треугольников AMC и AMB ;

б) докажите, что $b^2 + c^2 = 2a^2$.

4. Пусть M — точка пересечения медиан ABC , вокруг AM_2MM_3 можно описать окружность ω . Восстановите треугольник ABC по окружности ω и точкам M_2, M_3 .

5. Описанная окружность четырёхугольника AM_2XM_3 касается стороны BC в точке X .

а) Докажите, что X — основание биссектрисы;

б) докажите, что $b + c = a\sqrt{2}$.

6. Около AM_2HM_3 можно описать окружность. Докажите, что $\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 3$.

7. Известно, что в четырёхугольник AM_2XM_3 можно вписать окружность, где $X \in BC$. Восстановите неравносторонний треугольник ABC по точкам X, M_2, M_3 .

8. В четырёхугольник AM_2MM_3 можно вписать окружность. Докажите, что её центр находится на окружности, описанной около четырёхугольника BM_2M_3C .

Серия 11. Четырёхугольники

Exemplis discimus

Пусть M_2 и M_3 — соответственно середины сторон AC и AB треугольника ABC . Будем говорить в этой серии о различных четырёхугольниках AM_2XM_3 .

1. Точка H — ортоцентр ABC . В каком отношении ортоцентр делит высоту AH_1 , если около четырёхугольника AM_2HM_3 можно описать окружность?

2. Около четырёхугольника AM_2IM_3 можно описать окружность (I — инцентр ABC). Докажите, что стороны треугольника образуют арифметическую прогрессию.

3. Пусть M — точка пересечения медиан ABC , вокруг AM_2MM_3 можно описать окружность.

а) Докажите, что сторона BC совпадает с общей внешней касательной к описанным окружностям треугольников AMC и AMB ;

б) докажите, что $b^2 + c^2 = 2a^2$.

4. Пусть M — точка пересечения медиан ABC , вокруг AM_2MM_3 можно описать окружность ω . Восстановите треугольник ABC по окружности ω и точкам M_2, M_3 .

5. Описанная окружность четырёхугольника AM_2XM_3 касается стороны BC в точке X .

а) Докажите, что X — основание биссектрисы;

б) докажите, что $b + c = a\sqrt{2}$.

6. Около AM_2HM_3 можно описать окружность. Докажите, что $\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 3$.

7. Известно, что в четырёхугольник AM_2XM_3 можно вписать окружность, где $X \in BC$. Восстановите неравносторонний треугольник ABC по точкам X, M_2, M_3 .

8. В четырёхугольник AM_2MM_3 можно вписать окружность. Докажите, что её центр находится на окружности, описанной около четырёхугольника BM_2M_3C .