

Спуск

A caelo usque ad centrum

1. Решите в целых числах уравнение $x^2 + 9y^2 = 3z^2 + 27t^2$.
 2. Решите в натуральных числах уравнение $3^m - 2^n = 1$.
 3. Решите в целых числах уравнение $x^2 - 2y^2 + 8z = 3$.
 4. Докажите, что числа вида $8k + 3$ и $8k + 5$ нельзя представить в виде $x^2 - 2y^2$.
 5. Докажите, что система уравнений $x^2 + 2y^2 = z^2$, $2x^2 + y^2 = t^2$ не имеет решение в натуральных числах.
 6. Докажите, что система уравнений $x^2 + 6y^2 = z^2$, $6x^2 + y^2 = t^2$ не имеет решение в натуральных числах.
 7. Докажите, что уравнение $x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z = 1$ не имеет решений в *рациональных* числах.
 8. а) Докажите, что уравнение $x^2 + y^2 + 1 = 3xy$ имеет бесконечно много решений в натуральных числах.
Подсказка. Посмотрите на «маленькие» решения уравнения.
- б) Докажите, что уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ имеет бесконечно много решений в натуральных числах, все компоненты которых больше 1.

Спуск

A caelo usque ad centrum

1. Решите в целых числах уравнение $x^2 + 9y^2 = 3z^2 + 27t^2$.
 2. Решите в натуральных числах уравнение $3^m - 2^n = 1$.
 3. Решите в целых числах уравнение $x^2 - 2y^2 + 8z = 3$.
 4. Докажите, что числа вида $8k + 3$ и $8k + 5$ нельзя представить в виде $x^2 - 2y^2$.
 5. Докажите, что система уравнений $x^2 + 2y^2 = z^2$, $2x^2 + y^2 = t^2$ не имеет решение в натуральных числах.
 6. Докажите, что система уравнений $x^2 + 6y^2 = z^2$, $6x^2 + y^2 = t^2$ не имеет решение в натуральных числах.
 7. Докажите, что уравнение $x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z = 1$ не имеет решений в *рациональных* числах.
 8. а) Докажите, что уравнение $x^2 + y^2 + 1 = 3xy$ имеет бесконечно много решений в натуральных числах.
Подсказка. Посмотрите на «маленькие» решения уравнения.
- б) Докажите, что уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ имеет бесконечно много решений в натуральных числах, все компоненты которых больше 1.