ЦПМ. Группа 10-2 **13.12.2018**

Серия 21. Биссектральный треугольник

Пусть AL_1, BL_2, CL_3 — биссектрисы треугольника. Треугольник $\triangle L_1L_2L_3$ будем называть *биссектральным.*

1. Для любой точки на стороне (или её продолжении) биссектрального треугольника сумма (или модуль разности) расстояний от этой точки до двух соответствующих сторон равна расстоянию до третьей стороны.

2. Докажите, что прямая L_2L_3 пересекает прямую BC в точке Q, основании внешней биссектрисы угла A треугольника ABC.

3. Внутри треугольника ABC находится точка T, расстояния от которой до сторон BC, AC, AB равны соответственно x; y; z. Найдите геометрическое место точек T таких, что из отрезков x, y, z можно составить треугольник.

4. Биссектриса AL_1 треугольника ABC пересекает отрезок L_2L_3 в точке T. Через T проведена прямая параллельно BC. Она пересекает AB и AC в точках K и N соответственно. Докажите, что $2KN = BK + CN$.

5. Окружность с центром I, вписанная в треугольник ABC касается сторон BC, CA, AB в точках K_1, K_2, K_3 соответственно. Луч K_1I пересекает L_2L_3 в точке T. Из точки T проведены перпендикуляры TF к IK_2 и TD к IK_3. Докажите, что $ID + IF + IT = IK_1$.

6. Около треугольника ABC описана окружность ω. Луч L_2L_3 пересекает ω в точке T. Докажите, что $\frac{1}{TB} = \frac{1}{TA} + \frac{1}{TC}$.

7. Известно, что в треугольнике ABC центр тяжести M принадлежит отрезку L_2L_3. Докажите, что в этом случае для высот $h_a = h_b + h_c$.

8. Центр O описанной около треугольника ABC окружности лежит на отрезке L_2L_3. Докажите, что расстояние AH от вершины до ортоцентра треугольника ABC равна сумме радиусов описанной около треугольника ABC и вписанной в него окружностей.

9. Восстановите треугольник ABC по точкам B; L_2; $Q = L_2L_3 \cap BC$.

ЦПМ. Группа 10-2 **13.12.2018**

Серия 21. Биссектральный треугольник

Пусть AL_1, BL_2, CL_3 — биссектрисы треугольника. Треугольник $\triangle L_1L_2L_3$ будем называть *биссектральным.*

1. Для любой точки на стороне (или её продолжении) биссектрального треугольника сумма (или модуль разности) расстояний от этой точки до двух соответствующих сторон равна расстоянию до третьей стороны.

2. Докажите, что прямая L_2L_3 пересекает прямую BC в точке Q, основании внешней биссектрисы угла A треугольника ABC.

3. Внутри треугольника ABC находится точка T, расстояния от которой до сторон BC, AC, AB равны соответственно x; y; z. Найдите геометрическое место точек T таких, что из отрезков x, y, z можно составить треугольник.

4. Биссектриса AL_1 треугольника ABC пересекает отрезок L_2L_3 в точке T. Через T проведена прямая параллельно BC. Она пересекает AB и AC в точках K и N соответственно. Докажите, что $2KN = BK + CN$.

5. Окружность с центром I, вписанная в треугольник ABC касается сторон BC, CA, AB в точках K_1, K_2, K_3 соответственно. Луч K_1I пересекает L_2L_3 в точке T. Из точки T проведены перпендикуляры TF к IK_2 и TD к IK_3. Докажите, что $ID + IF + IT = IK_1$.

6. Около треугольника ABC описана окружность ω. Луч L_2L_3 пересекает ω в точке T. Докажите, что $\frac{1}{TB} = \frac{1}{TA} + \frac{1}{TC}$.

7. Известно, что в треугольнике ABC центр тяжести M принадлежит отрезку L_2L_3. Докажите, что в этом случае для высот $h_a = h_b + h_c$.

8. Центр O описанной около треугольника ABC окружности лежит на отрезке L_2L_3. Докажите, что расстояние AH от вершины до ортоцентра треугольника ABC равна сумме радиусов описанной около треугольника ABC и вписанной в него окружностей.

9. Восстановите треугольник ABC по точкам B; L_2; $Q = L_2L_3 \cap BC$.