

1. Какое наибольшее количество пар чисел можно выделить в множестве $\{1, 2, \dots, n\}$ таким образом, чтобы различные пары чисел не пересекались, при этом чтобы суммы чисел в парах были различными числами, не превосходящими n ?

2. На столе стоят 2000 коробочек, в каждой из которых лежит по одному шарiku. Известно, что некоторые из шариков — белые, и их количество чётно. Разрешается указать на любые две коробочки и спросить, есть ли в них хотя бы один белый шарик. За какое наименьшее количество вопросов можно гарантированно определить какие-нибудь две коробочки, в которых лежат белые шарики?

3. В пространстве даны n прямоугольных параллелепипедов P_1, \dots, P_n , рёбра которых параллельны осям координат. Оказалось, что параллелепипеды P_i и P_j не имеют общих точек тогда и только тогда, когда $|i - j| \equiv \pm 1 \pmod{n}$. Найдите наибольшее n , при котором такое возможно.

4. Назовём *хамелеоном* слово из 3000 букв a, b и c , причём всех букв поровну. Для хамелеонов X и Y определим $d(X, Y)$ как наименьшее количество перестановок соседних букв, необходимое для того, чтобы из X получить Y . Для хамелеона X определим $f(X)$ как наибольшее по всем хамелеонам Y значение $d(X, Y)$. Найдите наименьшее значение $f(X)$.

5. Дан клетчатый прямоугольник $2^m \times 2^m$. Его разрезали на прямоугольники со сторонами по линиям сетки. Оказалось, что каждая клетка большой диагонали формирует отдельный прямоугольник. Найдите наименьшее значение суммы периметров получившихся прямоугольников.

6. В прямоугольной таблице 9 строк и 2019 столбцов. В её клетках расставлены числа от 1 до 2019, каждое — по 9 раз. При этом в любом столбце числа различаются не более, чем на 3. Найдите минимальную возможную сумму чисел в первой строке.

1. Какое наибольшее количество пар чисел можно выделить в множестве $\{1, 2, \dots, n\}$ таким образом, чтобы различные пары чисел не пересекались, при этом чтобы суммы чисел в парах были различными числами, не превосходящими n ?

2. На столе стоят 2000 коробочек, в каждой из которых лежит по одному шарiku. Известно, что некоторые из шариков — белые, и их количество чётно. Разрешается указать на любые две коробочки и спросить, есть ли в них хотя бы один белый шарик. За какое наименьшее количество вопросов можно гарантированно определить какие-нибудь две коробочки, в которых лежат белые шарики?

3. В пространстве даны n прямоугольных параллелепипедов P_1, \dots, P_n , рёбра которых параллельны осям координат. Оказалось, что параллелепипеды P_i и P_j не имеют общих точек тогда и только тогда, когда $|i - j| \equiv \pm 1 \pmod{n}$. Найдите наибольшее n , при котором такое возможно.

4. Назовём *хамелеоном* слово из 3000 букв a, b и c , причём всех букв поровну. Для хамелеонов X и Y определим $d(X, Y)$ как наименьшее количество перестановок соседних букв, необходимое для того, чтобы из X получить Y . Для хамелеона X определим $f(X)$ как наибольшее по всем хамелеонам Y значение $d(X, Y)$. Найдите наименьшее значение $f(X)$.

5. Дан клетчатый прямоугольник $2^m \times 2^m$. Его разрезали на прямоугольники со сторонами по линиям сетки. Оказалось, что каждая клетка большой диагонали формирует отдельный прямоугольник. Найдите наименьшее значение суммы периметров получившихся прямоугольников.

6. В прямоугольной таблице 9 строк и 2019 столбцов. В её клетках расставлены числа от 1 до 2019, каждое — по 9 раз. При этом в любом столбце числа различаются не более, чем на 3. Найдите минимальную возможную сумму чисел в первой строке.