

1. По кругу стоят 99

- а) целых;
- б) действительных чисел,

причём не все нулевые. Докажите, что можно выкинуть два соседних числа так, чтобы оставшиеся числа нельзя разбить на две равные по сумме группы.

2. У вас есть 100 вехухолей, которые весят одинаково, и чашечные весы. Вы радостно сообщаете Алексею Вадимовичу, что ваши вехухоли весят одинаково. Однако Алексей Вадимович не верит на слово и просит доказательств. Докажите, что вам потребуется не менее 99 взвешиваний, если Алексей Вадимович готов поверить, что вес вехухоли является

- а) действительным числом;
- б) положительным действительным числом.

3. На отрезке $[0, 1]$ покрасили концы, а также конечное число внутренних точек. Известно, что любая покрашенная внутренняя точка лежит ровно посередине между какими-то двумя покрашенными точками. Докажите, что все покрашенные точки рациональны.

4. а) На доске выписано 100 различных чисел. Докажите, что среди них можно выбрать восемь чисел так, чтобы их среднее арифметическое не представлялось в виде среднего арифметического никаких девяти из выписанных на доске чисел.

б) На доске выписано 100 чисел. Известно, что для любых восьми из этих чисел найдутся такие девять из этих чисел, что среднее арифметическое этих восьми чисел равно среднему арифметическому этих девяти чисел. Докажите, что все числа равны.

1. По кругу стоят 99

- а) целых;
- б) действительных чисел,

причём не все нулевые. Докажите, что можно выкинуть два соседних числа так, чтобы оставшиеся числа нельзя разбить на две равные по сумме группы.

2. У вас есть 100 вехухолей, которые весят одинаково, и чашечные весы. Вы радостно сообщаете Алексею Вадимовичу, что ваши вехухоли весят одинаково. Однако Алексей Вадимович не верит на слово и просит доказательств. Докажите, что вам потребуется не менее 99 взвешиваний, если Алексей Вадимович готов поверить, что вес вехухоли является

- а) действительным числом;
- б) положительным действительным числом.

3. На отрезке $[0, 1]$ покрасили концы, а также конечное число внутренних точек. Известно, что любая покрашенная внутренняя точка лежит ровно посередине между какими-то двумя покрашенными точками. Докажите, что все покрашенные точки рациональны.

4. а) На доске выписано 100 различных чисел. Докажите, что среди них можно выбрать восемь чисел так, чтобы их среднее арифметическое не представлялось в виде среднего арифметического никаких девяти из выписанных на доске чисел.

б) На доске выписано 100 чисел. Известно, что для любых восьми из этих чисел найдутся такие девять из этих чисел, что среднее арифметическое этих восьми чисел равно среднему арифметическому этих девяти чисел. Докажите, что все числа равны.