

1. Для натуральных a , m , n докажите, что если $a^n - 1 \vdots a^m - 1$, то $n \vdots m$.
2. Для натуральных $a > 1$ и n докажите, что $\varphi(a^n - 1) \vdots n$.
3. Докажите, что $2^{3^k} + 1 \vdots 3^{k+1}$ для любого натурального k .
4. а) Докажите, что последние 5 цифр числа $4^{5^6} + 6^{5^4}$ являются нулями.
б) На сколько нулей оканчивается число $4^{5^6} + 6^{5^4}$?
5. Найдите все такие пары натуральных чисел a и k , что для всякого натурального n , взаимно простого с a , число $a^{k^n+1} - 1$ делится на n .
6. а) Докажите, что для любого натурального $a > 2$ существует бесконечно много n таких, что $a^n - 1 \vdots n$.
б) Докажите, что для любого натурального $a > 2$ существует бесконечно много n таких, что $a^n - 1 \vdots n^2$.

1. Для натуральных a , m , n докажите, что если $a^n - 1 \vdots a^m - 1$, то $n \vdots m$.
2. Для натуральных $a > 1$ и n докажите, что $\varphi(a^n - 1) \vdots n$.
3. Докажите, что $2^{3^k} + 1 \vdots 3^{k+1}$ для любого натурального k .
4. а) Докажите, что последние 5 цифр числа $4^{5^6} + 6^{5^4}$ являются нулями.
б) На сколько нулей оканчивается число $4^{5^6} + 6^{5^4}$?
5. Найдите все такие пары натуральных чисел a и k , что для всякого натурального n , взаимно простого с a , число $a^{k^n+1} - 1$ делится на n .
6. а) Докажите, что для любого натурального $a > 2$ существует бесконечно много n таких, что $a^n - 1 \vdots n$.
б) Докажите, что для любого натурального $a > 2$ существует бесконечно много n таких, что $a^n - 1 \vdots n^2$.