

1. Числа $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ являются членами некоторой бесконечной в обе стороны геометрической прогрессии. Докажите, что $\operatorname{ctg} x$ также входит в эту прогрессию.

2. Найдите все пары чисел $x, y \in (0; \frac{\pi}{2})$, удовлетворяющие равенству

$$\sin x + \sin y = \sin(xy).$$

3. Существует ли такое вещественное α , что число $\cos \alpha$ иррационально, а все числа $\cos 2\alpha$, $\cos 3\alpha$, $\cos 4\alpha$, $\cos 5\alpha$ рациональны?

4. Найдите наименьший положительный нецелый корень уравнения $\sin x = \sin[x]$.

5. Кривая на плоскости в некоторой системе координат (декартовой) служит графиком функции $y = \sin x$. Может ли та же кривая являться графиком функции $y = \sin^2 x$ в другой системе координат: если да, то каковы её начало координат и единицы длины на осях (относительно исходных координат и единиц длины)?

6. Докажите, что $x \cos x \leq \frac{\pi^2}{16}$ при $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

7. Даны различные натуральные числа a и b . На координатной плоскости нарисованы графики функций $y = \sin ax$, $y = \sin bx$ и отмечены все точки их пересечения. Докажите, что существует натуральное число c , отличное от a и b и такое, что график функции $y = \sin cx$ проходит через все отмеченные точки.

8. На плоскости даны оси координат с одинаковым, но не обозначенным масштабом и график функции $y = \sin x$, $x \in (0; \alpha)$. Как с помощью циркуля и линейки построить касательную к этому графику в заданной его точке, если **а)** $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$; **б)** $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$?

1. Числа $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ являются членами некоторой бесконечной в обе стороны геометрической прогрессии. Докажите, что $\operatorname{ctg} x$ также входит в эту прогрессию.

2. Найдите все пары чисел $x, y \in (0; \frac{\pi}{2})$, удовлетворяющие равенству

$$\sin x + \sin y = \sin(xy).$$

3. Существует ли такое вещественное α , что число $\cos \alpha$ иррационально, а все числа $\cos 2\alpha$, $\cos 3\alpha$, $\cos 4\alpha$, $\cos 5\alpha$ рациональны?

4. Найдите наименьший положительный нецелый корень уравнения $\sin x = \sin[x]$.

5. Кривая на плоскости в некоторой системе координат (декартовой) служит графиком функции $y = \sin x$. Может ли та же кривая являться графиком функции $y = \sin^2 x$ в другой системе координат: если да, то каковы её начало координат и единицы длины на осях (относительно исходных координат и единиц длины)?

6. Докажите, что $x \cos x \leq \frac{\pi^2}{16}$ при $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

7. Даны различные натуральные числа a и b . На координатной плоскости нарисованы графики функций $y = \sin ax$, $y = \sin bx$ и отмечены все точки их пересечения. Докажите, что существует натуральное число c , отличное от a и b и такое, что график функции $y = \sin cx$ проходит через все отмеченные точки.

8. На плоскости даны оси координат с одинаковым, но не обозначенным масштабом и график функции $y = \sin x$, $x \in (0; \alpha)$. Как с помощью циркуля и линейки построить касательную к этому графику в заданной его точке, если **а)** $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$; **б)** $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$?