11 класс Комбинаторный разнобой 18 марта 2019

1. На столе лежит 100 куч камней. Два игрока делают ходы по очереди. За один ход разрешается взять со стола произвольное ненулевое число камней так, чтобы ход затрагивал не более чем 99 куч. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Для любого начального положения камней укажите, кто выигрывает — начинающий или его противник.

2. В классе 33 человека. У каждого ученика спросили, сколько у него в классе тезок и сколько однофамильцев (включая родственников). Оказалось, что среди названных чисел встретились все целые от 0 до 10 включительно. Докажите, что в классе есть два ученика с одинаковыми именем и фамилией.

3. На первой горизонтали шахматной доски стоят 8 чёрных ферзей, а на последней — 8 белых ферзей. За какое минимальное число ходов белые ферзи могут обменяться местами с чёрными? Ходят белые и чёрные по очереди, по одному ферзю за ход.

4. Аня и Ваня играют игру. Они ходят по очереди, первой ходит Аня. Своим ходом Аня ставит белого коня на свободную клетку доски 20×20 так, чтобы никакие два белых коня не били друг друга. Ваня своим ходом ставит чёрного коня на любую свободную клетку (без ограничений). Какое наибольшее количество коней может гарантированно поставить на доску Аня?

5. В стране 77 городов, некоторые из них соединены дорогами. Известно, что из любого города в любой другой существует путь длины кратной трём, не проходящий ни через какой город больше одного раза. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

6. Какое наименьшее количество квадратиков 1×1 надо нарисовать, чтобы получилось изображение квадрата 25×25, разделённого на 625 квадратиков 1×1?

7. Скажем, что колода из 52 карт сложена правильно, если каждая пара лежащих рядом карт совпадает по масти или достоинству, то же верно для верхней и нижней карты, и наверху лежит туз пик. Докажите, что число способов сложить колоду правильно **a)** делится на $12!$; **b)** делится на $13!$.

11 класс Комбинаторный разнобой 18 марта 2019

1. На столе лежит 100 куч камней. Два игрока делают ходы по очереди. За один ход разрешается взять со стола произвольное ненулевое число камней так, чтобы ход затрагивал не более чем 99 куч. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Для любого начального положения камней укажите, кто выигрывает — начинающий или его противник.

2. В классе 33 человека. У каждого ученика спросили, сколько у него в классе тезок и сколько однофамильцев (включая родственников). Оказалось, что среди названных чисел встретились все целые от 0 до 10 включительно. Докажите, что в классе есть два ученика с одинаковыми именем и фамилией.

3. На первой горизонтали шахматной доски стоят 8 чёрных ферзей, а на последней — 8 белых ферзей. За какое минимальное число ходов белые ферзи могут обменяться местами с чёрными? Ходят белые и чёрные по очереди, по одному ферзю за ход.

4. Аня и Ваня играют игру. Они ходят по очереди, первой ходит Аня. Своим ходом Аня ставит белого коня на свободную клетку доски 20×20 так, чтобы никакие два белых коня не били друг друга. Ваня своим ходом ставит чёрного коня на любую свободную клетку (без ограничений). Какое наибольшее количество коней может гарантированно поставить на доску Аня?

5. В стране 77 городов, некоторые из них соединены дорогами. Известно, что из любого города в любой другой существует путь длины кратной трём, не проходящий ни через какой город больше одного раза. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

6. Какое наименьшее количество квадратиков 1×1 надо нарисовать, чтобы получилось изображение квадрата 25×25, разделённого на 625 квадратиков 1×1?

7. Скажем, что колода из 52 карт сложена правильно, если каждая пара лежащих рядом карт совпадает по масти или достоинству, то же верно для верхней и нижней карты, и наверху лежит туз пик. Докажите, что число способов сложить колоду правильно **a)** делится на $12!$; **b)** делится на $13!$.