

1. В ряд выложено n монет. Два игрока по очереди выбирают монету и переворачивают её. Расположение орлов и решек не должно повторяться. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?

2. На доске написано произведение $\log_{\square} \square \cdot \dots \cdot \log_{\square} \square$, всего 50 множителей.

У Васи есть 100 карточек: $\boxed{2}$, \dots , $\boxed{51}$ и $\bigcirc{52}$, \dots , $\bigcirc{101}$. Вася выкладывает круглые карточки на места кружочков и квадратные — на места квадратов. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями, которые может получить Вася.

3. График квадратного трёхчлена с целыми коэффициентами пересекает ось абсцисс в точках X , Z , а ось ординат в точке Y (все три точки различны). Найдите наибольшее возможное значение угла XYZ .

4. В квадратной таблице 10×10 записано сто положительных чисел. Сумма чисел в каждой строке равна 100. Коле разрешается переставить числа внутри каждой из строк (но не между строками). После этого в каждом столбце найдут максимальное число и сложат найденные числа. Докажите, что Коля может добиться того, чтобы полученная сумма была меньше 300.

5. Дан треугольник ABC . Луч, проведенный из вершины B через середину AC , пересекает внешнюю биссектрису угла A в точке P . Прямая PC пересекает прямую, содержащую внутреннюю биссектрису угла A , в точке Q . Докажите, что $BA = BQ$.

6. Изначально в бизнес-центре базировались 2^n фирм, каждая занимала некоторую площадь, все площади были различны. Каждый год фирмы объединялись в пары, и в каждой паре фирма с меньшей площадью присоединялась к фирме с большей. При этом ни в какой момент времени не было двух фирм с одинаковой площадью. Через n лет осталась одна фирма. Какое наименьшее место по площади (считая от меньшей к большей) эта фирма могла занимать вначале?

7. Докажите, что не существует многочлена от двух переменных $P(x, y)$, для которого множеством решений неравенства $P(x, y) > 0$ является квадрат $\{(x, y) : x > 0, y > 0\}$.

1. В ряд выложено n монет. Два игрока по очереди выбирают монету и переворачивают её. Расположение орлов и решек не должно повторяться. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?

2. На доске написано произведение $\log_{\square} \square \cdot \dots \cdot \log_{\square} \square$, всего 50 множителей.

У Васи есть 100 карточек: $\boxed{2}$, \dots , $\boxed{51}$ и $\bigcirc{52}$, \dots , $\bigcirc{101}$. Вася выкладывает круглые карточки на места кружочков и квадратные — на места квадратов. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями, которые может получить Вася.

3. График квадратного трёхчлена с целыми коэффициентами пересекает ось абсцисс в точках X , Z , а ось ординат в точке Y (все три точки различны). Найдите наибольшее возможное значение угла XYZ .

4. В квадратной таблице 10×10 записано сто положительных чисел. Сумма чисел в каждой строке равна 100. Коле разрешается переставить числа внутри каждой из строк (но не между строками). После этого в каждом столбце найдут максимальное число и сложат найденные числа. Докажите, что Коля может добиться того, чтобы полученная сумма была меньше 300.

5. Дан треугольник ABC . Луч, проведенный из вершины B через середину AC , пересекает внешнюю биссектрису угла A в точке P . Прямая PC пересекает прямую, содержащую внутреннюю биссектрису угла A , в точке Q . Докажите, что $BA = BQ$.

6. Изначально в бизнес-центре базировались 2^n фирм, каждая занимала некоторую площадь, все площади были различны. Каждый год фирмы объединялись в пары, и в каждой паре фирма с меньшей площадью присоединялась к фирме с большей. При этом ни в какой момент времени не было двух фирм с одинаковой площадью. Через n лет осталась одна фирма. Какое наименьшее место по площади (считая от меньшей к большей) эта фирма могла занимать вначале?

7. Докажите, что не существует многочлена от двух переменных $P(x, y)$, для которого множеством решений неравенства $P(x, y) > 0$ является квадрат $\{(x, y) : x > 0, y > 0\}$.