

## Разные раскраски

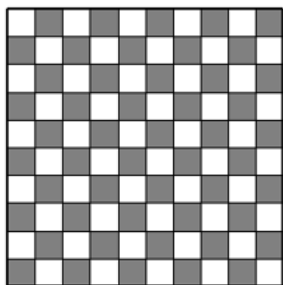


Рис. 1

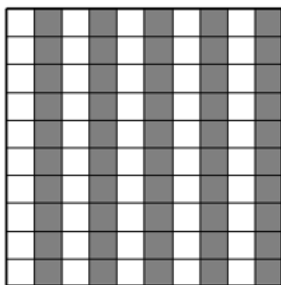


Рис. 2

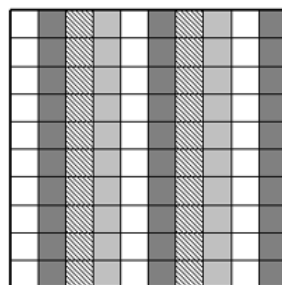


Рис. 3

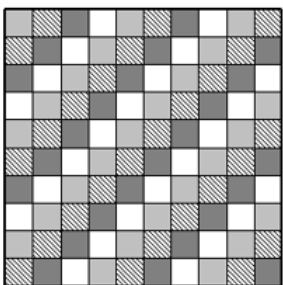


Рис. 4

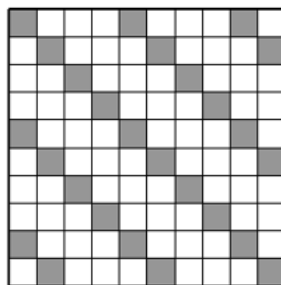


Рис. 5

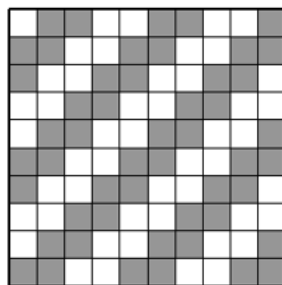


Рис. 6

- (а) Можно ли разбить квадрат  $8 \times 8$  с отрезанным уголком на прямоугольники  $1 \times 3$ ?

(б) Можно ли разрезать квадрат  $10 \times 10$  на прямоугольники  $1 \times 4$ ?
- Можно ли разрезать квадрат  $10 \times 10$  на Т-тетраминошки? (Домино, тримино, тетрамино, пентамино, ... — фигурки, составленные из 2, 3, 4, 5, ... клеток соответственно.)
- Можно ли разрезать квадрат  $8 \times 8$  на 17 вертикальных и 15 горизонтальных доминошек?
- (а) Можно ли куб  $3 \times 3 \times 3$ , у которого вырезаны три угловых кубика, разбить на параллелепипеды  $1 \times 1 \times 2$ ?

(б) Можно ли куб  $5 \times 5 \times 5$ , у которого вырезаны два противоположных угловых кубика, разбить на параллелепипеды  $1 \times 1 \times 3$ ?
- Квадрат  $8 \times 8$  клеток выкрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник из трёх клеток и перекрасить их все в противоположный цвет (белые в чёрный, чёрные — в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?

- Из доски  $8 \times 8$  вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники  $3 \times 1$ . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажите, что других нет.
- Из листа клетчатой бумаги размером  $29 \times 29$  клеточек вырезали 99 квадратов  $2 \times 2$  (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.
- Клетку квадрата  $11 \times 11$  назовем *хорошей*, если после её удаления оставшуюся часть можно разрезать на прямоугольники  $1 \times 4$ . Сколько существует хороших клеток?
- Петя и Вася играют в игру на решётке в виде сот. Петя закрашивает в чёрный цвет два соседних шестиугольника, а Вася стирает один любой закрашенный. Какое максимальное количество закрашенных шестиугольников подряд может гарантировано получить Петя?