8 класс Отборочная олимпиада 15 сентября 2018

1. $ABCD$ — выпуклый четырёхугольник, в котором равны острые углы A и D. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD пересекаются на стороне AD. Докажите, что $AC = BD$.

2. В алфавите племени Мумбо-Юмбо ровно 7 букв. Докажите, что в любом их 50-буквенном слове найдутся две одинаковые буквы, между которыми ещё хотя бы 6 букв.

3. На доске написаны три действительных числа (не обязательно различных). Каждое из них уменьшили на 1, их произведение от этого тоже уменьшилось на 1. Каждое из трёх новых чисел снова уменьшили на 1, и от этого произведение новых чисел снова уменьшилось на 1. Найдите исходные числа.

4. Шесть мальчиков и четыре девочки организовали турнир в крестики-нолики на доске 3×3. Каждый участник сыграл с каждым по одной партии. За выигрыш присуждали 2 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Девочки вместе набрали 40 очков. На сколько игр, в которых девочка выиграла у мальчика, больше, чем игр, в которых мальчик выиграл у девочки?

5. Выпишем в строчку в порядке возрастания все натуральные делители числа $4k$. Докажите, что найдутся два соседних делителя, отличающиеся на 2.

6. О трапеции $ABCD$ известно, что $AB = BC = CD < AD$, CH — её высота. Докажите, что перпендикуляр, опущенный из H на AC, проходит через середину BD.

7. Петя и Вася играют в следующую игру. Вася заполняет числами от 1 до 100 клетки таблицы 10×10 (каждое — по одному разу). Петя хочет пройти шахматным королём от левого края доски до правого. При этом если он ставит короля на какую-то клетку, то он обязан заплатить Васе такое число рублей, которое на ней написано. Сколько Петя заплатит Васе при правильной игре? (Петя хочет заплатить как можно меньше, Вася — получить как можно больше.)

8 класс Отборочная олимпиада 15 сентября 2018

1. $ABCD$ — выпуклый четырёхугольник, в котором равны острые углы A и D. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD пересекаются на стороне AD. Докажите, что $AC = BD$.

2. В алфавите племени Мумбо-Юмбо ровно 7 букв. Докажите, что в любом их 50-буквенном слове найдутся две одинаковые буквы, между которыми ещё хотя бы 6 букв.

3. На доске написаны три действительных числа (не обязательно различных). Каждое из них уменьшили на 1, их произведение от этого тоже уменьшилось на 1. Каждое из трёх новых чисел снова уменьшили на 1, и от этого произведение новых чисел снова уменьшилось на 1. Найдите исходные числа.

4. Шесть мальчиков и четыре девочки организовали турнир в крестики-нолики на доске 3×3. Каждый участник сыграл с каждым по одной партии. За выигрыш присуждали 2 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Девочки вместе набрали 40 очков. На сколько игр, в которых девочка выиграла у мальчика, больше, чем игр, в которых мальчик выиграл у девочки?

5. Выпишем в строчку в порядке возрастания все натуральные делители числа $4k$. Докажите, что найдутся два соседних делителя, отличающиеся на 2.

6. О трапеции $ABCD$ известно, что $AB = BC = CD < AD$, CH — её высота. Докажите, что перпендикуляр, опущенный из H на AC, проходит через середину BD.

7. Петя и Вася играют в следующую игру. Вася заполняет числами от 1 до 100 клетки таблицы 10×10 (каждое — по одному разу). Петя хочет пройти шахматным королём от левого края доски до правого. При этом если он ставит короля на какую-то клетку, то он обязан заплатить Васе такое число рублей, которое на ней написано. Сколько Петя заплатит Васе при правильной игре? (Петя хочет заплатить как можно меньше, Вася — получить как можно больше.)