8 класс | Вписанные углы | 1 декабря 2018

1. В треугольнике ABC проведена высота BH. Из точки H опущены перпендикуляры HX и HY на прямые BA и BC соответственно. Докажите, что точки A, X, Y и C лежат на одной окружности.

2. Две окружности пересекаются в точках A и B. Прямые l_1 и l_2, проходящие через точки A и B соответственно, пересекают первую окружность в точках M и N, а вторую — в точках P и Q. Докажите, что $MN \parallel PQ$.

3. На основаниях AD и BC трапеции $ABCD$ взяты точки K и L соответственно, а на отрезке KL — точка Q. Докажите, что вторая точка пересечения описанных окружностей треугольников BLQ и DKQ лежит на диагонали BD трапеции.

4. Пусть AA_1 и BB_1 — высоты остроугольного треугольника ABC, O — центр его описанной окружности. Докажите, что $CO \perp A_1B_1$.

5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали перпендикулярны и пересекаются в точке O. Докажите, что проекции точки O на стороны четырёхугольника лежат на одной окружности.

6. Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B. Луч O_2A пересекает первую окружность в точке C. Докажите, что точки O_1, O_2, B, C лежат на одной окружности.

7. Прямая Симсона. На описанной окружности треугольника ABC выбрана точка P. Докажите, что проекции точки P на стороны треугольника ABC лежат на одной прямой.

8. В треугольнике ABC $\angle C = 90°$. Пусть BK — биссектриса этого треугольника. Окружность, описанная около треугольника AKB, повторно пересекает сторону BC в точке L. Докажите, что $CB + CL = AB$.

9. Вписанная окружность касается сторон AB и AC треугольника ABC в точках M и N. Пусть P — точка пересечения MN и прямой, содержащей биссектрису угла B. Докажите, что $\angle BPC = 90°$.

10. В треугольнике ABC проведена биссектриса BB_1. Перпендикуляр из B_1 на BC пересекает дугу BC описанной окружности треугольника ABC в точке K. Перпендикуляр из B на AK пересекает отрезок AC в точке L. Докажите, что точки K, L и середина дуги AC (не содержащей точку B) лежат на одной прямой.

8 класс | Вписанные углы | 1 декабря 2018

1. В треугольнике ABC проведена высота BH. Из точки H опущены перпендикуляры HX и HY на прямые BA и BC соответственно. Докажите, что точки A, X, Y и C лежат на одной окружности.

2. Две окружности пересекаются в точках A и B. Прямые l_1 и l_2, проходящие через точки A и B соответственно, пересекают первую окружность в точках M и N, а вторую — в точках P и Q. Докажите, что $MN \parallel PQ$.

3. На основаниях AD и BC трапеции $ABCD$ взяты точки K и L соответственно, а на отрезке KL — точка Q. Докажите, что вторая точка пересечения описанных окружностей треугольников BLQ и DKQ лежит на диагонали BD трапеции.

4. Пусть AA_1 и BB_1 — высоты остроугольного треугольника ABC, O — центр его описанной окружности. Докажите, что $CO \perp A_1B_1$.

5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали перпендикулярны и пересекаются в точке O. Докажите, что проекции точки O на стороны четырёхугольника лежат на одной окружности.

6. Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B. Луч O_2A пересекает первую окружность в точке C. Докажите, что точки O_1, O_2, B, C лежат на одной окружности.

7. Прямая Симсона. На описанной окружности треугольника ABC выбрана точка P. Докажите, что проекции точки P на стороны треугольника ABC лежат на одной прямой.

8. В треугольнике ABC $\angle C = 90°$. Пусть BK — биссектриса этого треугольника. Окружность, описанная около треугольника AKB, повторно пересекает сторону BC в точке L. Докажите, что $CB + CL = AB$.

9. Вписанная окружность касается сторон AB и AC треугольника ABC в точках M и N. Пусть P — точка пересечения MN и прямой, содержащей биссектрису угла B. Докажите, что $\angle BPC = 90°$.

10. В треугольнике ABC проведена биссектриса BB_1. Перпендикуляр из B_1 на BC пересекает дугу BC описанной окружности треугольника ABC в точке K. Перпендикуляр из B на AK пересекает отрезок AC в точке L. Докажите, что точки K, L и середина дуги AC (не содержащей точку B) лежат на одной прямой.