

Серия 5. Несколько задач по ТЧ

1. Дано простое $p > 3$. Докажите, что существует натуральное n , при котором $3^n + 6^n - 2^n$ делится на p .
2. Дано натуральное число N . Рассмотрим множество всех натуральных чисел, лежащих в полуинтервале $[N^2, (N + 1)^2)$. Докажите, что среди попарных произведений чисел этого множества нет двух одинаковых.
3. Дано натуральное число $n > 1$. Про натуральное число $a > n^2$ известно, что среди чисел $a + 1, a + 2, \dots, a + n$ найдутся кратные каждому из чисел $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + n$. Докажите, что $a > n^4 - n^3$.