

## Серия 11. Никогда такого не было, и вот опять

1. В таблице  $100 \times 101$  расставлены числа 0, 1, 2 так, что сумма чисел в каждом столбце и в каждой строке делится на 3. Какое наибольшее возможное количество единиц может быть в этой таблице?
2. Дана клетчатая доска  $100 \times 100$ . Первый игрок своим ходом размещает на ней фигуру, равную квадрату  $3 \times 3$  без угловой клетки. А второй игрок размещает две фигуры: уголок из трёх клеток и уголок из 5 клеток (квадрат  $3 \times 3$  с удалённым квадратом  $2 \times 2$ ). Фигуры не должны иметь общих клеток. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?
3. На доске  $300 \times 300$  расставлены ладьи, они бьют всю доску. При этом каждая ладья бьёт не более чем одну другую ладью. При каком наименьшем  $k$  можно заведомо утверждать, что в каждом квадрате  $k \times k$  стоит хотя бы одна ладья?
4. Квадрат  $9 \times 9$  разрезан на квадраты  $2 \times 2$  и уголки из трёх клеток. Какое наибольшее количество квадратов  $2 \times 2$  могло при этом получиться?
5. В клетках таблицы  $10 \times 10$  расположены числа  $1, 2, 3, \dots, 100$  таким образом, что сумма любых двух соседних чисел не превосходит  $S$ . Каково наименьшее возможное значение  $S$ ? (Числа называем соседними, если они стоят в клетках, граничащих по стороне.)
6. В каждой строке и в каждом столбце шахматной доски стоят не менее  $k$  ладей. При каком наименьшем  $k$  из них можно гарантированно выбрать 8 ладей, не бьющих друг друга?
7. В 17 клеток квадрата  $5 \times 5$  поставили по одной фишке. За один ход все фишки передвигаются в соседнюю по стороне клетку. Запрещается ставить две фишки в одну клетку и, если фишка передвигалась по горизонтали, то в следующий ход она должна передвинуться по вертикали, и наоборот. Может ли процесс продолжаться сколь угодно долго?