

Алгоритмы с оценками (и не только)

1. По кругу сидят n тараканов, все разного размера. За один ход разрешается переместить одного таракана в любое другое место в круге. За какое наименьшее число ходов вне зависимости от начального положения удастся выстроить тараканов в порядке возрастания размера по часовой стрелке?
2. Круг разбит на 2016 секторов, пронумерованных числами $1, 2, \dots, 2016$ по часовой стрелке. В каждом секторе изначально сидит один таракан. За ход разрешается делать одну из двух операций: 1) переместить всех тараканов из сектора с номером 1 в сектор с номером 2; 2) переместить вообще всех тараканов в круге в следующий по часовой стрелке сектор. За какое минимальное число действий можно всех тараканов собрать в одном секторе?
3. (а) У обезьяны есть два кокоса. Она находится в 200-этажном здании и *очень* хочет узнать, при падении с какого минимального этажа кокос разбивается. Она умеет бросать кокос с любого этажа, и, если кокос выжил, подбирать его. За какое минимальное число бросков она сможет удовлетворить свою жажду знания?
(б) Тот же вопрос, если кокосов четыре.
4. Остров представляет собой три отрезка длины l , имеющих общий конец. На острове живет абориген. Однажды к нему приплыл людоед, который бегаёт в два раза быстрее, чем абориген. Людоед близорук и видит аборигена, только если тот находится от него на расстоянии не более 1 (расстояние = длина пути от аборигена до людоеда по отрезкам). Абориген обладает отличным зрением и всегда видит людоеда. Докажите, что людоед сможет отобедать аборигеном, если (а) $l = 3$; (б) $l = 4,999$; (с) $l = 6,999$.
5. В колоде лежат как попало (картинкой вверх или вниз) 52 карты. За одну операцию разрешается взять кусок из нескольких карт сверху колоды, перевернуть его и снова положить сверху. За какое минимальное число операций вне зависимости от начального расположения можно всю колоду сделать картинкой вверх?
6. Карточки с номерами от 1 до n лежат в колоде по порядку. За одну операцию можно взять стопку из нескольких подряд лежащих карточек в любом месте колоды и засунуть эту стопку в любое другое место колоды (переворачивать нельзя). Требуется получить колоду карточек в обратном порядке.
(а) Покажите, как за три операции разобраться с пятью карточками.
(б) Докажите, что за $\lceil n/2 \rceil + 1$ операцию можно добиться нужного расположения.
(с) Докажите, что за меньшее число операций нельзя.
7. В одной из вершин графа без петель замаскирован робот. Орудие может од-

ним выстрелом поразить любую вершину. Каждый раз между выстрелами робот обязательно переходит по одному из ребер в соседнюю вершину (если в вершину только что стреляли, в неё всё равно можно переходить). Назовём граф *крепким*, если у орудия нет стратегии, при которой оно рано или поздно поразит робота.

- (а) Докажите, что граф-дерево на десяти вершинах с одной вершиной степени три, из которой выходят три «щупальца» длины три, крепкий.
- (б) Найдите все крепкие графы, которые после удаления любого ребра перестают быть крепкими.