# Серия 2. Подсчёт двумя способами и усреднение

**0.** По кругу расставлено 100 чисел. Сумма всех чисел равна 1. Может ли сумма любых семи подряд идущих чисел быть отрицательна?

**1.** На столе лежат 5 часов со стрелками. Разрешается любые несколько из них перевести вперёд. Для каждых часов время, на которое при этом их перевели, назовем *временем перевода*. Требуется все часы установить так, чтобы они показывали одинаковое время. За какое наименьшее суммарное время перевода это можно гарантированно сделать?

**2.** В классе 20 детей. Каждый день какие-то пары из них жмут друг другу руки, а какие-то нет. Известно, что всего за неделю было совершено 761 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из семи человек так, что бы между детьми из этой группы было совершено не менее 85 рукопожатий.

**3.** Есть два ожерелья, в каждом ожерелье по 100 чёрных и 100 белых бусинок. Аня хочет приложить второе ожерелье к первому (разрешается поворачивать и переворачивать) так, чтобы как можно больше бусинок совпало по цвету. Какое число совпадающих бусинок Оксана может гарантированно получить?

**4.** Доска $2n \times 2n$ раскрашена в $2n^2$ цветов ($n \geqslant 2$), в каждый цвет покрашено ровно 2 клетки. Докажите, что на доске можно расставить $n+1$ не бьющих друг друга ладей так, чтобы все ладьи стояли на клетках разного цвета.

**5.** На окружности отмечены $2n$ точек так, что никакие три хорды с концами в этих точках не пересекаются в одной точке, лежащей внутри окружности. Разобьем отмеченные точки на $n$ пар, и в каждой паре соединим точки отрезком. Число точек пересечения проведенных $n$ отрезков назовем *характеристикой* разбиения. Найдите среднее арифметическое характеристик по всем разбиениям.

**6.** Докажите, что для любого натурального $n \geqslant 3$ существует полный ориентированный граф на $n$ вершинах, в котором больше $\frac{n!}{2^{n-1}}$ гамильтоновых путей.

**7.** **(a)** Можно ли разрезать какой-нибудь выпуклый четырёхугольник на выпуклые пятиугольники? **(b)** Можно ли разрезать какой-нибудь выпуклый пятиугольник на выпуклые шестиугольники?