

Серия 5. Несколько задач по ТЧ

1. Дано простое $p > 3$. Докажите, что существует натуральное n , при котором $3^n + 6^n - 2^n$ делится на p .
2. Пусть N — натуральное число. Рассмотрим множество всех натуральных чисел, лежащих в полуинтервале $[N^2, (N+1)^2)$. Докажите, что среди попарных произведений чисел этого множества нет двух одинаковых.
3. Пусть $n > 1$ — натуральное число. Про число $a > n^2$ известно, что среди чисел $a+1, a+2, \dots, a+n$ найдутся кратные каждого из чисел $n^2+1, n^2+2, \dots, n^2+n$. Доказать, что $a > n^4 - n^3$.