# Серия 11. Никогда такого не было, и вот опять

1. На доске $8 \times 8$ стоят 50 фишек. Если в каком-то квадрате $2 \times 2$ стоит всего одна фишка, то её можно убрать. Докажите, что за несколько таких ходов убрать все фишки с доски не удастся.
2. Дана клетчатая доска $100 \times 100$. Первый игрок своим ходом размещает на ней фигуру, равную квадрату $3 \times 3$ без угловой клетки. А второй игрок размещает две фигуры: уголок из трёх клеток и уголок из 5 клеток (квадрат $3 \times 3$ с удалённым квадратом $2 \times 2$). Фигуры не должны иметь общих клеток. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?
3. На доске $300 \times 300$ расставлены ладьи, они бьют всю доску. При этом каждая ладья бьёт не более чем одну другую ладью. При каком наименьшем $k$ можно заведомо утверждать, что в каждом квадрате $k \times k$ стоит хотя бы одна ладья?
4. Квадрат $9 \times 9$ разрезан на квадраты $2 \times 2$ и уголки из трёх клеток. Какое наибольшее количество квадратов $2 \times 2$ могло при этом получиться?
5. В клетках таблицы $8 \times 8$ расставлены натуральные числа. За один ход разрешается одновременно удвоить все числа одной строки или же вычесть единицу из всех чисел одного столбца. Доказать, что за несколько ходов можно добиться того, чтобы все числа таблицы стали равными нулю.
6. В каждой строке и в каждом столбце шахматной доски стоят не менее $k$ ладей. При каком наименьшем $k$ из них можно гарантированно выбрать 8 ладей, не бьющих друг друга?
7. В 17 клеток квадрата $5 \times 5$ поставили по одной фишке. За один ход все фишки передвигаются в соседнюю по стороне клетку.Запрещается ставить две фишки в одну клетку и, если фишка передвигалась по горизонтали, то в следующий ход она должна передвинуться по вертикали, и наоборот. Может ли процесс продолжаться сколь угодно долго?