

## Отборочная олимпиада

1. На кружок ходят девятиклассницы (которые всегда говорят правду), девятиклассники (которые всегда врут) и преподаватели (которые могут как сказать правду, так и солгать). В ряд стоят четыре человека, среди которых есть и девятиклассницы, и девятиклассники, и преподаватели.

- Самый левый сказал: «Рядом со мной стоит девятиклассница».
- Второй слева сказал: «Рядом со мной стоят девятиклассники».
- Третий слева сказал: «Рядом со мной стоят преподаватели».
- Самый правый сказал: «Рядом со мной стоит девятиклассница».

Определите, кто и где может стоять.

2. Андрей загадал 2019 вещественных чисел:

$$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{2019}.$$

Какое наибольшее количество корней может иметь уравнение

$$|x - a_1| + |x - a_2| + |x - a_3| + \dots + |x - a_{2019}| = 1 + 2 + 3 + \dots + 2019?$$

3. Окружность  $\omega$ , вписанная в угол  $B$  треугольника  $ABC$ , касается прямой  $AB$  в точке  $A$  и касается отрезка  $BC$  в точке  $X$ . Обозначим вторую точку пересечения окружности  $\omega$  с отрезком  $AC$  через  $Y$ . Прямая, симметричная прямой  $XY$  относительно прямой  $AC$ , пересекает луч  $AX$  в точке  $Z$ . Докажите, что  $CX = CZ$ .
4. Два вора украли 101 кошелек с золотыми монетами: в первом кошельке лежит одна монета, во втором — две, в третьем — три, ..., в 101-ом кошельке лежит 101 монета. Они по очереди забирают себе по одному кошельку. Первый вор ходит первым. Второй вор хочет, чтобы в самом конце суммарное число монет в его кошельках было кратно 50. Сможет ли первый вор ему помешать?
5. В стране более 10 городов, некоторые из которых соединены дорогами. Известно, что количество дорог, выходящих из произвольно выбранного города, делится на 10. Докажите, что найдутся хотя бы 11 городов, из которых выходит одинаковое количество дорог.