

Рассуждения в графах и антиграфах

0. Докажите, что среди любых 6 человек присутствуют либо три человека, которые попарно друг друга знают, либо три человека, которые попарно друг друга не знают.
1. Про компанию из 19 человек известно, что какую бы тройку людей мы ни взяли, в ней всегда найдутся двое знакомых. Докажите, что кто-то в этой группе знает хотя бы 9 человек.
2. В стране 100 городов, разделённых на три республики. Некоторые города соединены авиалиниями. Министр связи нашёл не менее 70 таких городов, что из каждого выходит не менее 70 авиалиний. Докажите, что какая-то авиалиния соединяет два города одной республики.
3. Оказалось, что в компании из 50 человек каждый знает хотя бы 25 других. Докажите, что за круглый стол можно посадить четверых из них, чтобы каждый знал своих соседей.
4. С занятий кружка на футбол сбежали (а) 10 (б) 9 человек. Докажите, что среди них найдутся либо три попарно незнакомых человека, либо четыре попарно знакомых человека.
(с) Докажите, что в компании из 18 человек есть либо четвёрка людей, попарно знающих друг друга, либо четвёрка людей, попарно не знающих друг друга.
5. Есть семь человек, любых шестерых можно посадить за круглый стол так, чтобы каждый сидел рядом с двумя своими друзьями. Докажите, что можно так посадить всех семерых, что каждый будет сидеть рядом со своими друзьями.
6. На тренинг по личностному росту пришло 30 человек. Оказалось, что любых пятерых можно посадить за круглый стол с условием, чтобы рядом сидящие были знакомы. Какое минимальное количество пар знакомых может присутствовать на тренинге?
7. В компании из 100 людей среди любых 50 есть один, знающий остальных. Докажите, что в этой компании есть
 - (а) 50 попарно знакомых;
 - (б) человек, знающий всех
 - (с) 51 человек, знающий всех.