

## Геометрические неравенства\_2

Продолжим работать с геометрическими неравенствами. Помимо неравенства треугольника, о применении которого мы говорили на прошлом занятии, напомним еще некоторые факты:

- 1) Напротив большей стороны треугольника лежит больший угол и наоборот, напротив большего угла треугольника лежит большая сторона.
- 2) Для окружности с диаметром  $AB$ : точка  $C$  лежит на окружности тогда и только тогда, когда угол  $ACB$  – прямой; точка  $C$  лежит внутри окружности тогда и только тогда, когда угол  $ACB$  – тупой; точка  $C$  лежит вне окружности тогда и только тогда, когда угол  $ACB$  – острый.

### Упражнения и задачи для самостоятельного решения

1. а) Внутри стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ . Докажите, что длина отрезка  $BD$  меньше, чем хотя бы одна из сторон  $AB$  или  $BC$ . б) Внутри сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $K$ . Докажите, что длина отрезка  $MK$  меньше, чем хотя бы одна из сторон треугольника  $ABC$ .
2. На сторонах  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AB = AC$ ) соответственно отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $AN > AM$ . Прямые  $MN$  и  $BC$  пересекаются в точке  $K$ . Сравните длины отрезков  $MK$  и  $MB$ .
3. На сторонах выпуклого четырехугольника, как на диаметрах, построены круги. Докажите, что они полностью покрывают этот четырехугольник.
4. В четырехугольнике  $ABCD$ :  $\angle A = \angle B$ ,  $\angle D > \angle C$ . Сравните длины сторон  $AD$  и  $BC$ .
5. В трапеции  $ABCD$  меньшее основание  $BC$  равно боковой стороне  $CD$ . Докажите, что если  $AD > 2BC$ , то угол  $ABD$  – тупой.
6. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены биссектриса  $AD$  и высота  $BE$ . Докажите, что  $\angle CED > 45^\circ$ .
7. Окружность, проходящая через вершины  $A$  и  $B$  и ортоцентр  $H$  треугольника  $ABC$  пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  во внутренних точках. Докажите, что  $60^\circ < \angle C < 90^\circ$ .
8. В треугольнике  $ABC$  проведена высота  $CD$  к наибольшей стороне. Сравните:  $AC + BD$  и  $BC + AD$ , если угол  $A$  меньше угла  $B$ .
9. В остроугольном треугольнике  $ABC$  наибольшая из высот  $AH$  равна медиане  $BM$ . Докажите, что  $\angle ABC < 60^\circ$ .
10. В треугольнике  $ABC$ :  $\angle A = 57^\circ$ ,  $\angle B = 61^\circ$ . Сравните длину биссектрисы, проведенной из вершины  $A$ , и длину медианы, проведенной из вершины  $B$ .