

Серия 14. Полувписанная окружность - 2

Во всех задачах этого листика дан треугольник ABC , вписанный в окружность Ω с центром в точке O . Точка I — центр вписанной в него окружности ω . Полувписанная окружность ξ_A касается сторон AB , AC и окружности Ω внутренним образом в точке T_A . Аналогично определены окружности ξ_B , ξ_C и точки T_B , T_C .

1. Обозначим точку касания окружности ξ_A со стороной AB через K . Докажите, что касательная из точки K к окружности ω , отличная от прямой AB , параллельна прямой AC .
2. Пусть точка A' — середина «меньшей» дуги BC окружности Ω . Докажите, что окружности (BIC) и $(IA'T_A)$ касаются.
3. Докажите, что IT_A — симедиана треугольника BIC .
4. Предположим, что окружность ξ_A касается стороны AB в точке K .
(а) Докажите, что точки T_A , B , K , I лежат на одной окружности.
(б) Докажите, что биссектриса угла ACB касается описанной окружности четырехугольника T_AVKI .
5. Докажите, что радикальная ось окружностей ξ_B и ξ_C проходит через середину «меньшей» дуги BC окружности Ω .
6. (а) Прямая, соединяющая точку касания окружности ω со стороной BC и точку T_A , пересекает окружность Ω в точках T_A и X . Докажите, что $XA \parallel BC$.
(б) Прямая, проходящая через вершину A , пересекает сторону BC в точке E и пересекает окружность Ω второй раз в точке F . Докажите, что окружность (T_AEF) проходит через точку касания окружности ω со стороной BC .