

Соответствия

1. Рассматриваются всевозможные треугольники, имеющие целочисленные стороны и периметр которых равен 2000, а также всевозможные треугольники, имеющие целочисленные стороны и периметр которых равен 2003. Каких треугольников больше?
2. Каких чисел больше среди всех чисел от 100 до 999: тех, у которых средняя цифра больше обеих крайних, или тех, у которых средняя цифра меньше обеих крайних?
3. Полоска 1×10 разбита на единичные квадраты. В квадраты записывают числа $1, 2, \dots, 10$. Сначала в один какой-нибудь квадрат записывают число 1, затем число 2 записывают в один из соседних квадратов, затем число 3 — в один из соседних с уже занятыми и т. д. (произвольными являются выбор первого квадрата и выбор соседа на каждом шагу). Сколькими способами это можно проделать?
4. (а) Автобусные билеты имеют шестизначные номера от 000000 до 999999. Билет называется счастливым, если сумма первых трех его цифр его номера равна сумме последних трех. Является ли четным число счастливых билетов?
(б) Является ли чётным число всех 20-значных натуральных чисел, не содержащих в записи нулей и делящихся на 101?
5. Дана шахматная доска. Ее горизонтالي перенумерованы числами от 1 до 8, а вертикали обозначены латинскими буквами от a до h . Рассматриваются покрытия доски доминошками. Каких разбиений больше — тех, которые содержат доминошку $a1 - a2$, или тех, которые содержат доминошку $b2 - b3$?
6. Рассмотрим всевозможные графы на n пронумерованных вершинах. Каких графов среди них больше — связных или несвязных?
7. Дан выпуклый n -угольник такой, что никакие три его диагонали не пересекаются в одной точке. Найдите количество точек пересечения диагоналей данного многоугольника (не являющихся вершинами многоугольника).
8. (а) Докажите, что количество разбиений числа n в сумму не более чем k слагаемых, равно количеству разбиений числа n в сумму слагаемых, не превосходящих k .
(б) Докажите, что количество разбиений числа n , равно количеству разбиений числа $2n$ в сумму ровно n слагаемых.
9. Доказать, что суммарное количество цифр в десятичной записи чисел $1, 2, \dots, 10^k$ равно суммарному количеству нулей в десятичной записи чисел $1, 2, \dots, 10^{k+1}$.
10. На окружности отмечено $2N$ точек (N — натуральное число). Известно, что через любую точку внутри окружности проходит не более двух хорд с концами в отмеченных точках. Назовем паросочетанием такой набор из N хорд с концами в отмеченных точках, что каждая отмеченная точка является концом ровно одной из этих хорд. Назовём паросочетание чётным, если количество точек, в которых пересекаются его хорды, чётно, и нечётным иначе. Найдите разность между количеством чётных и нечётных паросочетаний.