

## Формула включений и исключений

1. Найдите количество натуральных делителей  $N = 100 \dots 0$  (всего 40 нулей),
  - а) не являющихся ни точными квадратами, ни точными кубами;
  - б) не представимых в виде  $m^n$ , где  $m$  и  $n$  – натуральные числа, причем  $n > 1$ .
2. Сколько существует несократимых дробей с числителем 2015, меньших чем  $\frac{1}{2015}$  и больших чем  $\frac{1}{2016}$ ?
3. Каждая сторона в треугольнике  $ABC$  разделена на 8 равных отрезков. Сколько существует различных треугольников с вершинами в точках деления (точки  $A, B, C$  не могут быть вершинами треугольников), у которых ни одна сторона не параллельна ни одной из сторон треугольника  $ABC$ ?
4. Сколькими способами можно расселить 20 туристов по 5 домикам, чтобы ни один домик не оказался пустым?
5. На полке стоят 10 различных книг.
  - а) Сколькими способами их можно переставить так, чтобы ни одна книга не осталась на своем месте?
  - б) Сколькими способами их можно переставить так, чтобы ровно четыре книги остались на своем месте?
6. Найти количество упорядоченных пар  $(A, B)$ , где  $A$  и  $B$  – это подмножества  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  такие, что ни  $A \subseteq B$ , ни  $B \subseteq A$ ?