

Рекуррентные соотношения в комбинаторике

1. Сколько существует строк длины 10, состоящих из нулей и единиц, таких, что никакие два нуля не стоят рядом?
2. Последовательность a_n такова, что $a_1 = 4$, $a_2 = 25$. Найдите a_{200} , если для любого натурального n справедливо равенство $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n+2}$
3. Функция $f(x)$ такова, что для всех значений x выполняется равенство $f(x + 1) = f(x) + 2x + 3$. Известно, что $f(0) = 1$. Найдите $f(2012)$.
4. Существует ли 2005 таких различных натуральных чисел, что сумма любых 2004 из них делится на оставшееся число?
5. Сколько имеется разбиений отрезка длины 8 на отрезки длины 1, 2 и 3? (Разбиения, отличающиеся порядком следования отрезков, считаются различными.)
6. Сколькими способами можно разменять купюру в 100 рублей на монеты достоинством 1, 2 и 5 рублей?
7. Сколько слов длины 10 можно составить из букв «а», «б», «в», так чтобы буквы «а» и «б» не стояли рядом?
8. Петя выписывает все возможные 2018-буквенные слова, состоящие только из букв «а», «б», «в». В скольких из них «а» встречается четное количество раз?
9. Кузнечик прыгает по вершинам правильного треугольника ABC , прыгая каждый раз в одну из соседних вершин. Сколькими способами он может попасть из вершины A обратно в вершину A за 10 прыжков?
10. Сколькими способами можно выложить прямоугольник размера 10×3 доминошками размера 1×2 ?