*Кружок в Хамовниках. 7 класс. 12.09.2015*

# Серия 1. Первый разнобой

**1.** Разность двух чисел умножили на их произведение, могло ли получиться число 67 228 917?

**2.** Гномы добыли золотые самородки и несут их в карманах. В левом кармане у каждого в четыре раза больше самородков, чем во втором. Могло ли всего быть 107 самородков?

**3.** Может ли прямая пересекать все стороны 17 угольника?

**4.** Какой цифрой оканчивается $33^{77} + 77^{33}$?

**5.** Даны 8 чисел: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$, разрешается к любым трём из них прибавить по единице. Можно ли сделать все числа равными?

**6.** Король стоит на поле a1. За один ход его можно передвинуть на одно поле вправо, или на одно поле вверх, или на одно поле по диагонали "вправо-вверх". Выигрывает тот, кто поставит короля на поле h8.

**7.** В числе переставили цифры и получили число в три раза меньше исходного. Докажите, что исходное число делилось на 27.

**8.** В одной из вершин куба ABCDEFGH сидит заяц, но охотникам он не виден. Три охотника стреляют залпом, при этом они могут "поразить" любые три вершины куба. Если они не попадают в зайца, то до следующего залпа заяц перебегает в одну из трёх соседних (по ребру) вершин куба. Укажите, как стрелять охотникам, чтобы обязательно попасть в зайца за четыре залпа.

**9.** В одной из школ 20 раз проводился кружок по астрономии. На каждом занятии присутствовало ровно пять школьников, причём никакие два школьника не встречались на кружке более одного раза. Докажите, что всего на кружке побывало не менее 20 школьников.

*Кружок в Хамовниках. 7 класс. 12.09.2015*

# Непрерывная олимпиада — 1

**1.** В роте 100 человек, каждую ночь дежурят трое. Можно ли так организовать дежурство, чтобы через какое-то время каждый единожды подежурил с каждым?

**2.** Назовем билет с номером от 000000 до 999999 отличным, если разность некоторых двух соседних цифр его номера равна 5. Найдите число отличных билетов.

**3.** В вершинах 1001-угольника расставлены натуральные числа так, что каждое равно среднему арифметическому своих соседей. Докажите, что числа равны.

**4.** У Деда Мороза 10 мешков с одинаковым набором подарков. В каждом мешке мандарины, конфеты и хлопушки, причем хлопушек столько же, сколько мандаринов и конфет вместе. По требованию пожарной охраны Дед Мороз превратил в некоторых мешках все хлопушки в мандарины, в некоторых — в конфеты, а из одного мешка просто выкинул все хлопушки. Оказалось, что мандаринов стало всего 44 штуки, а конфет — 89. Сколько мандаринов, конфет и хлопушек было вначале в каждом мешке?

**5.** На доске написано несколько натуральных чисел. Разрешено стирать с доски любые два и писать вместо них их НОД и НОК. Докажите, что когда-нибудь числа перестанут меняться: из любых двух чисел, одно будет делиться на другое.


*Кружок в Хамовниках. 7 класс. 12.09.2015*

# Непрерывная олимпиада — 1

**1.** В роте 100 человек, каждую ночь дежурят трое. Можно ли так организовать дежурство, чтобы через какое-то время каждый единожды подежурил с каждым?

**2.** Назовем билет с номером от 000000 до 999999 отличным, если разность некоторых двух соседних цифр его номера равна 5. Найдите число отличных билетов.

**3.** В вершинах 1001-угольника расставлены натуральные числа так, что каждое равно среднему арифметическому своих соседей. Докажите, что числа равны.

**4.** У Деда Мороза 10 мешков с одинаковым набором подарков. В каждом мешке мандарины, конфеты и хлопушки, причем хлопушек столько же, сколько мандаринов и конфет вместе. По требованию пожарной охраны Дед Мороз превратил в некоторых мешках все хлопушки в мандарины, в некоторых — в конфеты, а из одного мешка просто выкинул все хлопушки. Оказалось, что мандаринов стало всего 44 штуки, а конфет — 89. Сколько мандаринов, конфет и хлопушек было вначале в каждом мешке?

**5.** На доске написано несколько натуральных чисел. Разрешено стирать с доски любые два и писать вместо них их НОД и НОК. Докажите, что когда-нибудь числа перестанут меняться: из любых двух чисел, одно будет делиться на другое.